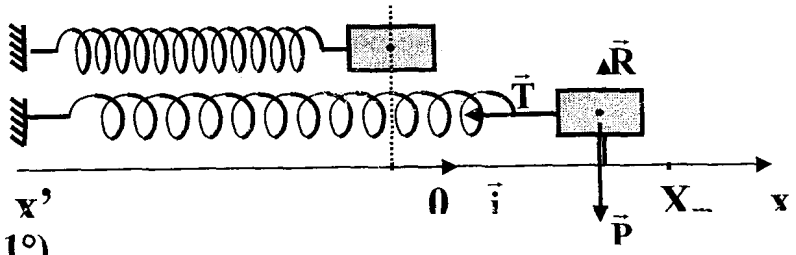
b- La période est donnée par l'expression : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Puisque la période a diminué on a augmenté k.

Sa nouvelle valeur est: $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 0.1}{(\frac{6\pi}{120})^2} = 160 N.m^{-1}$.

Exercice N° 2 :



1°)

a- $\vec{T} = -K.x.\vec{i}$

$T = -K.x$

Système (solide)

RFD : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Projection: $-Kx = ma \Rightarrow ma + Kx = 0$.

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0.$

→La solution de cette équation est $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$

Le mouvement est rectiligne sinusoïdal

D'où $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}314$ s.

b- $x(t) = X_m \sin((\omega_0 t + \varphi_x)$

$X_m = 4$ cm ($v = 0$)

$\omega_0 = 20$ rad.s^{-1}.

À $t = 0$ $X_0 = X_m \sin(\varphi_x) = X_m \Rightarrow \sin(\varphi_x) = 1$

$\Rightarrow \varphi_x = \frac{\pi}{2}$ rad

$x(t) = 4.10^{-2} \sin(20t + \frac{\pi}{2})$ en m

c- $V = \frac{dx}{dt} = X_m.\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$

$\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$

$V_{max} = X_m . \omega_0 = 4.10^{-2} . 20 = 0{,}8$ m.s^{-1}

$V = \pm\omega_0\sqrt{X_m^2 - x^2}$

Relation entre x et v

$$\begin{cases} X = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x) \\ V = X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(\omega_0 t + \varphi_x) = X/X_m \\ \cos(\omega_0 t + \varphi_x) = X/X_m \omega_0 \end{cases}$$